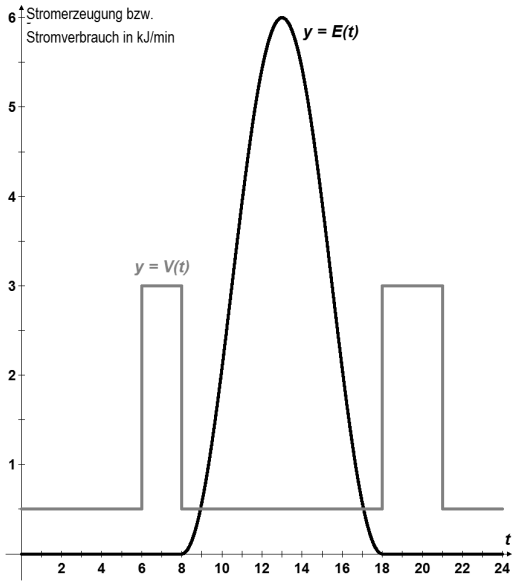
Aufgabe 1: (21.12.2010) Gegeben: $E(t) = 6 \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{10}t - \frac{4\pi}{5}\right)\right)^2$ für $8 \leq t \leq 18$

Bei einer Almhütte, die nicht an das öffentliche elektrische Netz angeschlossen ist, wird Sonnenlicht mit Hilfe einer Solarzelle in elektrische Energie gewandelt. Die im nebenstehenden Schaubild dargestellte Funktion E gibt die Stromerzeugung in **kJ/min** zu einer Tageszeit t (in Stunden) eines durchschnittlichen Herbsttages an. Die Funktion V beschreibt den tageszeitabhängigen Stromverbrauch.



a) Begründe kurz, warum die Schaubilder von E und V die dargestellte Form haben können.

b) Werden die Verbraucher ohne Verwendung eines Energiespeichers (z.B. einer Autobatterie) direkt an die Solarzelle angeschlossen, so kann nicht mehr Energie verbraucht werden als gerade erzeugt wird. Wie viele Stunden am Tag können so die Verbraucher verwendet werden?

c) Wie viel elektrische Energie wird während des Tages insgesamt „erzeugt"?

d) Wird ein Energiespeicher verwendet, kann überschüssige Energie gespeichert und in Mangelzeiten verbraucht werden. Können die Verbraucher wie vorgesehen betrieben werden? (Der beschriebene Zusammenhang gelte über mehrere Tage hinweg.)

Aufgabe 2: (29.02.2012)

Man sagt, dass nur 2 % aller Rennradfahrer den sogenannten *„runden Tritt"* beherrschen. Beim *„unrunden Tritt"* kann die Tangentialkraft des rechten Beins auf das rechte Pedal beispielsweise stark vereinfacht durch folgende trigonometrische Funktion beschrieben werden:

Tangentialkraft (in N) auf das rechte Pedal: $F_R(t) = 175 \cdot \sin(2{,}5\pi t) + 125$ (t in s)

Für den Vortrieb beim Radfahren sorgen allein die Tangentialkräfte auf die Pedale.

a) Skizziere das Schaubild von F_R. Wie lange dauert eine Kurbelumdrehung?

b) Wie groß ist die durchschnittliche Tangentialkraft F_R während einer Kurbelumdrehung?
(Falls keine Ergebnisse aus a) vorliegen: Wie groß ist die durchschnittliche Tangentialkraft F_R während der ersten vier Sekunden?)

c) Das Problem beim unrunden Tritt ist, dass das Pedal bei der Aufwärtsbewegung nicht entlastet ist, was zu einer negativen Tangentialkraft führt. Wie lange dauert diese Phase während einer Kurbelumdrehung? Wie viel Prozent sind das?

d) Wie würde die Gleichung der Tangentialkraft auf das rechte Pedal lauten, wenn Trittfrequenz und Maximalkraft gleich groß sind wie im angegebenen Beispiel, es sich aber um einen runden Tritt handelt, bei dem die Minimalkraft Null ist? Um wie viel Prozent wäre die durchschnittliche Kraft dann größer?

e*) *Zusatzfrage:* In welcher Position befindet sich wohl das rechte Pedal zum Zeitpunkt $t = 0$? Begründe. (1 Zusatzpunkt)

f) Für die Momentangeschwindigkeit des Radfahrers gelte:

Momentangeschwindigkeit (in m/s): $v(t) = 8{,}3 - 0{,}2 \cdot \cos(5\pi t)$ (t in s)

Welche Strecke legt der Radfahrer in den ersten acht Sekunden zurück?

Aufgabe 3: (29.02.2012)
Für jedes $b > 0$ ist eine Funktion f_b gegeben durch

$$f_b(t) = 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b} t\right) + 3 \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Das Schaubild von f_b sei K_b.

a) Bestimme die Koordinaten der Wendepunkte W_b von K_b.

b) Die Funktion f_2 (für die also $b = 2$ eingesetzt wird) soll durch eine ganzrationale Funktion g vom Grad 2 angenähert werden, die mit f_2 an den Stellen 0; 1 und 2 übereinstimmt.
Bestimme einen geeigneten Funktionsterm für g.
An welchen Stellen des Intervalls $[0; 2]$ weicht die Näherungsfunktion am stärksten von der Funktion f_2 ab?

c) Die Änderungsrate eines Bestandes mit anfangs 120 Exemplaren ist gegeben durch $f_{12}(t)$ (t in Stunden). Wie viele Exemplare zählt der Bestand nach 50 Stunden?

Aufgabe 4: (11.12.2013) Berechne die genauen Werte der Integrale.

a) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sin(2x)\,dx$

b) $\displaystyle\int_{-1}^{0} \left(\frac{1}{4}\cos(\pi x) + 2\right) dx$

Aufgabe 5: (11.12.2013)
Die Leistung in kW einer Fotovoltaikanlage zur Zeit t in Stunden nach Mitternacht an einem Wintertag ist gegeben durch die Funktion f. Vor 8.30 Uhr und nach 16.30 Uhr beträgt die Leistung 0 kW. Für $8,5 \leq t \leq 16,5$ wird f beschrieben durch eine trigonometrische Funktion, deren Schaubild den Hochpunkt $H(12,5\,|\,20)$ hat.

a) Skizziere das Schaubild der differenzierbaren Solarleistungsfunktion f für den ganzen Tag und bestimme einen Funktionsterm von $f(t)$ für $8,5 \leq t \leq 16,5$.

b) Der Energie-Ertrag der Fotovoltaikanlage in kWh entspricht der Fläche unter dem Schaubild von f. Wie viel Geld bekommt man an diesem Tag, wenn eine kWh Solarstrom mit 0,50 € vergütet wird?

Aufgabe 6: (29.02.2016) Gegeben: $f(t) = -\frac{5}{t+0,01} \cdot \sin(1,7t)$ (t in Tagen)
Das Trainingsprinzip der **Superkompensation** besagt, dass der Körper nach einer Trainingsbelastung nicht nur die Bereitschaft zur Erbringung des gleichen Leistungsniveaus wiederherstellt, sondern im Verlauf der Erholung (Regeneration) die Leistungsfähigkeit über das ursprüngliche Niveau hinaus steigert und über einen bestimmten Zeitraum auf diesem Niveau hält. (Quelle: Wikipedia)
Die Leistungsfähigkeit (in einer nicht näher beschriebenen Einheit) sei gegeben durch die Funktion f. Im Zeitintervall von 0 bis zur ersten Extremstelle findet ein Training statt, währenddessen die aktuelle Leistungsfähigkeit natürlich abnimmt.

a) Skizziere das Schaubild von f für $0 \leq t \leq 5,5$. Wie lange dauert das Training?

b) Wann ist das anfängliche Leitungsniveau durch Regeneration wieder vollständig hergestellt?

Der ideale Zeitpunkt, das Training zu wiederholen ist der, an dem das Leistungsniveau maximal ist. Man geht davon aus, dass von diesem Punkt aus der Graph des Leistungsniveaus des zweiten Trainings kongruent (d.h. deckungsgleich) ist zum Graph des ersten Trainings.

c) Skizziere in einer anderen Farbe das Schaubild für das Leistungsniveau des ideal terminierten zweiten Trainings und gib dafür eine Funktionsgleichung an. Wann ist dann die ursprüngliche Leistungsfähigkeit (mit Funktionswert 0) nach der Regeneration wieder erreicht? Wie groß ist die maximale Leistungsfähigkeit nach dem zweiten Training?

d) Würde man das theoretisch immer so weiter denken, welcher Art von Wachstum entspräche dann das jeweilige maximale Leistungsniveau nach dem n-ten Training? Ist das realistisch?