Aufgabe: Musteraufgabensatz B 1.2

(1) *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der Fälle mit unerw. Nebenwirk.

von 900 getesteten Mäusen

Nullhypothese H_0: Bei mind. 2% der Fälle gibt es unerw. NW.

H_0: $p \geq 0,02$ H_1: $p < 0,02$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B 900; 0,02 -verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

(2) *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Verwerfungsbereich von H_0: $\{0; \ldots; k\}$	Annahmebereich von H_0: $\{k+1; \ldots; 900\}$
$p = 0,02$	$\leq 0,01$	

Es ist ein linksseitiger Test durchzuführen.

(3) *(Berechnung von P bzw. k)*

$P(X \leq k) \leq 0,01$

GTR:

X	$binomcdf(900, 0.02, X)$
8	0,007
9	0,015

$\Longrightarrow$ $k = 8$

(4) *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Die Nullhypothese wird verworfen, wenn weniger als 9 Mäuse unerwünschte Nebenwirkungen zeigen.

Aufgabe: matheabi-bw.de Übung 4

(1) *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der einwandfreien Schaltelemente

von 50 getesteten

Nullhypothese H_0: Mindestens 95% der Schaltelemente sind o.k.

H_0: $p \geq 0,95$ H_1: $p < 0,95$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B 50; 0,95 -verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

(2) *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Verwerfungsbereich von H_0: $\{0; \ldots; k\}$	Annahmebereich von H_0: $\{k+1; \ldots; 50\}$
$p = 0,95$	$\leq 0,04$	

Es ist ein linksseitiger Test durchzuführen.

(3) *(Berechnung von P bzw. k)*

$P(X \leq k) \leq 0,04$

GTR:

X	$binomcdf(50, 0.95, X)$
44	0,038
45	0,104

$\Longrightarrow$ $k = 44$

(4) *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Der Ablehnungsbereich ist $\{0; 1; \ldots; 44\}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ergebnis zu Unrecht im Ablehnungsbereich liegt, beträgt 3,8%.

Aufgabe: matheabi-bw.de Übung 5

① *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der defekten Sparlampen

von 40 getesteten

Nullhypothese H_0: Höchstens 3% der Teile sind defekt.

H_0: $p \leq 0,03$ H_1: $p > 0,03$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B 40; 0,03 -verteilt.

Entweder
☒ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☐ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

② *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Annahmebereich von H_0: $\{0; \ldots; 2\}$	Verwerfungsbereich von H_0: $\{3; \ldots; 40\}$
$p = 0,03$		?

Es ist ein rechtsseitiger Test durchzuführen.

③ *(Berechnung von P bzw. k)*

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$
$$= 1 - binomcdf(40, 0.03, 2)$$
$$\approx 0{,}118$$

④ *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Maschine unnötigerweise überprüfen lässt, beträgt ca. 12 %.

Aufgabe: Abitur BW 2013, Aufgabe B2.2b)

① *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der Ergebnisse Stern-Stern

von 500 Spielen

Nullhypothese H_0: Die Wahrsch. für Stern-Stern ist mind. $\frac{1}{36}$.

H_0: $p \geq \frac{1}{36}$ H_1: $p < \frac{1}{36}$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B $50; \frac{1}{36}$ -verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

② *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Verwerfungsbereich von H_0: $\{0; \ldots; k\}$	Annahmebereich von H_0: $\{k+1; \ldots; 500\}$
$p = \frac{1}{36}$	$\leq 0,05$	

Es ist ein linksseitiger Test durchzuführen.

③ *(Berechnung von P bzw. k)*

$$P(X \leq k) \leq 0,05$$

GTR:

X	$binomcdf(500, 1/36, X)$
7	0,032
8	0,063

$\Longrightarrow \quad k = 7$

④ *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Wenn bei 500 Spielen höchstens 7 mal Stern-Stern auftritt, wird H_0 verworfen und man vermutet, dass $p < \frac{1}{36}$ ist.

Aufgabe: Abitur BW 2014, Aufgabe B2.2b)

① *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der fehlerhaften Bleistifte

von 800 zufällig ausgewählten Stiften

Nullhypothese H_0: Höchstens 2% der Stifte sind fehlerhaft.

H_0: $p \leq 0,02$ H_1: $p > 0,02$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B 800; 0,02 -verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

② *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Annahmebereich von H_0: $\{0; \ldots; k-1\}$	Verwerfungsbereich von H_0: $\{k; \ldots; 800\}$
$p = 0,02$		$\leq 0,05$

Es ist ein rechtsseitiger Test durchzuführen.

③ *(Berechnung von P bzw. k)*

$P(X \geq k) \leq 0,05$

$1 - P(X \leq k-1) \leq 0,05$

GTR:

X	$1 - binomcdf(800, 0.02, X-1)$
23	0,056
24	0,035

$\Longrightarrow \quad k = 24$

④ *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Bei mehr als 23 fehlerhaften Stiften entscheidet man sich gegen die Hypothese, dass der Produktionsbetrieb recht hat.

Mathematik 11/12 **Hypothesentests** *R. Schwörer*

Aufgabe: Abitur BW 2015, Aufgabe B1.2)

① *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der keimfähigen Körner

von 500 untersuchten Weizenkörnern

Nullhypothese H_0: Mindestens 80% der Körner sind keimfähig.

H_0: $p \geq 0,8$ H_1: $p < 0,8$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B 500; 0,8 -verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

② *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Verwerfungsbereich von H_0: $\{0; \ldots; k\}$	Annahmebereich von H_0: $\{k+1; \ldots; 500\}$
$p = 0,8$	$\leq 0,1$	

Es ist ein linksseitiger Test durchzuführen.

③ *(Berechnung von P bzw. k)*

$P(X \leq k) \leq 0,1$

GTR: $binomcdf(500, 0.8, 388) \approx 0,1004$

$binomcdf(500, 0.8, 387) \approx 0,083 \quad \Longrightarrow \quad k = 387$

④ *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Wenn von den 500 Weizenkörnern weniger als 388 keimfähig sind, wird die Nullhypothese verworfen.

2. Frage: p sei $0,82$ und X aus dem Verwerfungsber. $\{0; \ldots; 387\}$.

GTR: $\beta = binomcdf(500, 0.82, 387) \approx 0,0053$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird, beträgt ca. 0,5%.

Aufgabe: Abitur BW 2016, Aufgabe B1.2b)

1 *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der geworfenen Augenzahl 3

von 100 Würfen mit dem Würfel

Nullhypothese H_0: Die Wahrsch. für Augenz. 3 ist höchstens $\frac{1}{6}$.

H_0: $p \leq \frac{1}{6}$ H_1: $p > \frac{1}{6}$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B$\left(100; \frac{1}{6}\right)$-verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

2 *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Annahmebereich von H_0: $\{0; \ldots; k-1\}$	Verwerfungsbereich von H_0: $\{k; \ldots; 100\}$
$p = \frac{1}{6}$		$\leq 0,01$

Es ist ein rechtsseitiger Test durchzuführen.

3 *(Berechnung von P bzw. k)*

$$P(X \geq k) \leq 0,01$$
$$1 - P(X \leq k-1) \leq 0,01$$

GTR:

X	$1 - binomcdf(100, 1/6, X-1)$
26	0,012
27	0,006

$\Longrightarrow \quad k = 27$

4 *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Erscheint mehr als 26 Mal die Augenzahl 3, so entscheidet man sich gegen die Hypothese, dass der Würfel ideal ist.

Aufgabe: Abitur BW 2017, Aufgabe C1 d)

1 *(Festlegen der Nullhypothese)*

Zufallsvariable X: Anzahl der weißen Autos

von 500 erfassten Autos

Nullhypothese H_0: Höchstens 15,1% der Autos sind weiß.

H_0: $p \leq 0,151$ H_1: $p > 0,151$

Gilt H_0, so ist X im Extremfall B$(500; 0,151)$-verteilt.

Entweder
☐ Gegeben: k (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)
Gesucht: Irrtumswahrscheinlichkeit

Oder
☒ Gegeben: α (Signifikanzniveau)
Gesucht: (kritischer Wert bzw. Entscheidungsregel)

2 *(Übersichtstabelle)*

Wahrscheinlichkeit	Annahmebereich von H_0: $\{0; \ldots; k-1\}$	Verwerfungsbereich von H_0: $\{k; \ldots; 500\}$
$p = 0,151$		$\leq 0,1$

Es ist ein rechtsseitiger Test durchzuführen.

3 *(Berechnung von P bzw. k)*

$$P(X \geq k) \leq 0,1$$
$$1 - P(X \leq k-1) \leq 0,1$$

GTR:

X	$1 - binomcdf(500, 0.151, X-1)$
86	0,107
87	0,087

$\Longrightarrow \quad k = 87$

4 *(Antwortsatz bzw. Entscheidungsregel)*

Bei mehr als 86 weißen Autos entscheidet man sich gegen die Hypothese, dass der Anteil der weißen Autos nicht zugenommen hat. (Bei mindestens 87 weißen von 500 erfassten Autos geht man also davon aus, dass der Anteil der weißen Autos zugenommen hat.)