Bisherige **genaue** Ergebnisse bei linearen Randfunktionen:

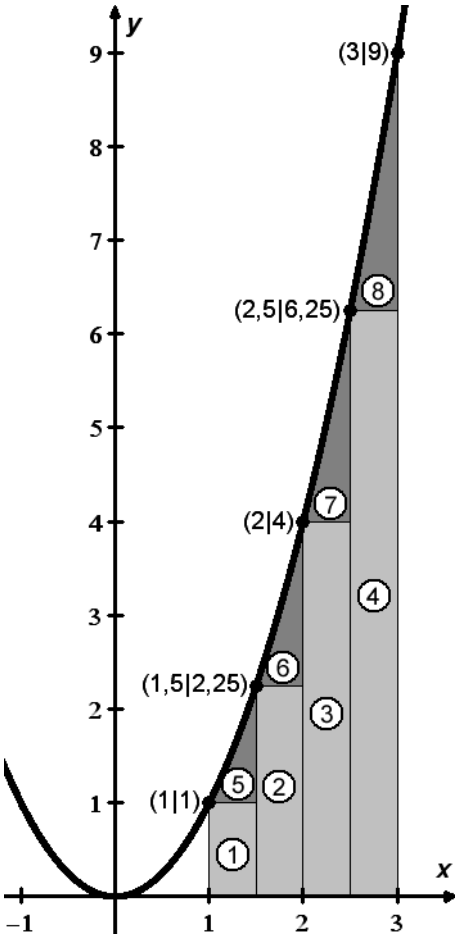
| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2$ | $A_0(2) = 4$ | $A_0(x) = 2x$ | $A_2(x) = 2x - 4$ |
| $f(x) = x$ | $A_0(2) = 2$ | $A_0(x) = \frac{1}{2}x^2$ | $A_2(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ |
| $f(x) = x + 1$ | $A_0(2) = 4$ | $A_0(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ | $A_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ |
| $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ | $A_0(2) = 5$ | $A_0(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x$ | $A_2(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 5$ |

**Beispiel 1:**
Gegeben: $f(x) = x^2$
Berechne $A_1(3)$ näherungsweise mit Trapezen auf vier Teilintervallen.

$$\begin{aligned}
A_1 &= 0,5 \cdot 1 = 0,5 \\
A_2 &= 0,5 \cdot 2,25 = 1,125 \\
A_3 &= 0,5 \cdot 4 = 2 \\
A_4 &= 0,5 \cdot 6,25 = 3,125 \\
A_5 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,25 = 0,3125 \\
A_6 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,75 = 0,4375 \\
A_7 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2,25 = 0,5625 \\
A_8 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2,75 = 0,6875
\end{aligned}$$

$$A_1(3) \approx A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

$$A_1(3) \approx 8,75$$

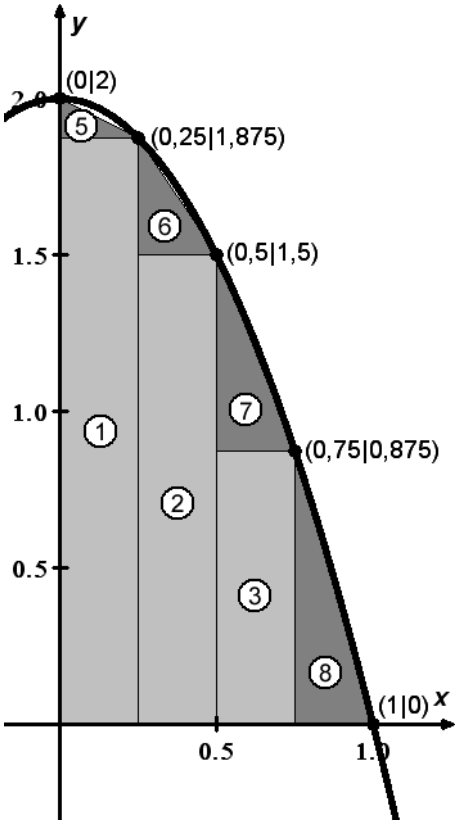



**Beispiel 2:**
Gegeben: $f(x) = 2 - 2x^2$
Berechne $A_0(1)$ näherungsweise mit Trapezen auf vier Teilintervallen.

$$\begin{aligned}
A_1 &= \\
A_2 &= \\
A_3 &= \\
A_4 &= 0 \\
A_5 &= \\
A_6 &= \\
A_7 &= \\
A_8 &=
\end{aligned}$$

$$A_0(1) \approx A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

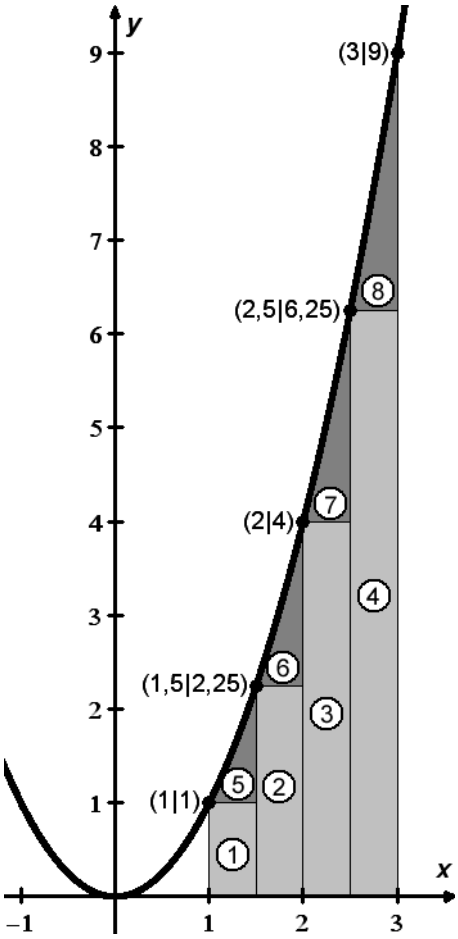
$$A_0(1) \approx$$



Bisherige **genaue** Ergebnisse bei linearen Randfunktionen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2$ | $A_0(2) = 4$ | $A_0(x) = 2x$ | $A_2(x) = 2x - 4$ |
| $f(x) = x$ | $A_0(2) = 2$ | $A_0(x) = \frac{1}{2}x^2$ | $A_2(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ |
| $f(x) = x + 1$ | $A_0(2) = 4$ | $A_0(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ | $A_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ |
| $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ | $A_0(2) = 5$ | $A_0(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x$ | $A_2(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 5$ |

**Beispiel 1:**
Gegeben: $f(x) = x^2$
Berechne $A_1(3)$ näherungsweise mit Trapezen auf vier Teilintervallen.




$$\begin{aligned}
A_1 &= 0,5 \cdot 1 = 0,5 \\
A_2 &= 0,5 \cdot 2,25 = 1,125 \\
A_3 &= 0,5 \cdot 4 = 2 \\
A_4 &= 0,5 \cdot 6,25 = 3,125 \\
A_5 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,25 = 0,3125 \\
A_6 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1,75 = 0,4375 \\
A_7 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2,25 = 0,5625 \\
A_8 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2,75 = 0,6875
\end{aligned}$$

$$A_1(3) \approx A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

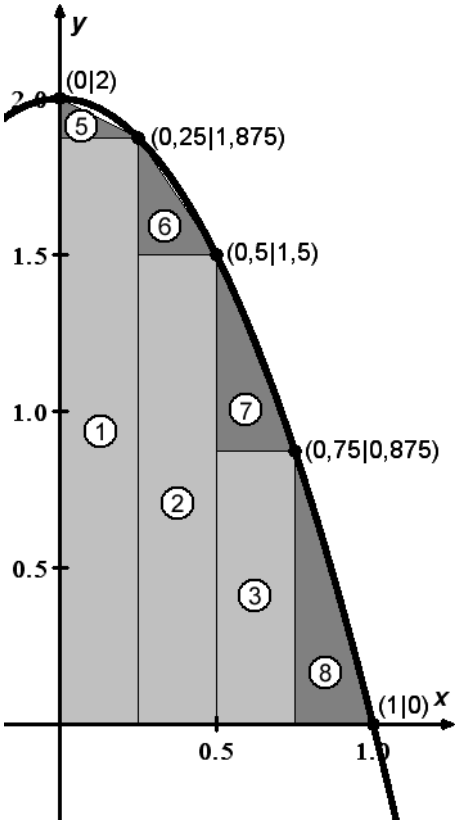
$$A_1(3) \approx 8,75$$

Überprüfen der Vermutung:

$$A_0(x) = \tfrac{1}{3}x^3$$

$$A_1(3) = A_0(3) - A_0(1) = \tfrac{1}{3} \cdot 3^3 - \tfrac{1}{3} \cdot 1^3 = 9 - \tfrac{1}{3} = 8\tfrac{2}{3}$$

**Beispiel 2:**
Gegeben: $f(x) = 2 - 2x^2$
Berechne $A_0(1)$ näherungsweise mit Trapezen auf vier Teilintervallen.




$$\begin{aligned}
A_1 &= 0,25 \cdot 1,875 = 0,46875 = \tfrac{15}{32} \\
A_2 &= 0,25 \cdot 1,5 = 0,375 = \tfrac{3}{8} \\
A_3 &= 0,25 \cdot 0,875 = 0,21875 = \tfrac{7}{32} \\
A_4 &= 0 \\
A_5 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,125 = 0,015625 = \tfrac{1}{64} \\
A_6 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,375 = 0,046875 = \tfrac{3}{64} \\
A_7 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,625 = 0,078125 = \tfrac{5}{64} \\
A_8 &= \tfrac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,875 = 0,109375 = \tfrac{7}{64}
\end{aligned}$$

$$A_0(1) \approx A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

$$A_0(1) \approx \tfrac{21}{16} = 1,3125$$

Überprüfen der Vermutung: $A_0(x) = 2x - \frac{2}{3}x^3$

$$A_0(1) = 2 \cdot 1 - \tfrac{2}{3} \cdot 1^3 = 2 - \tfrac{2}{3} = 1\tfrac{1}{3}$$